

TP 5 : Modélisation d'embouteillages

1. Le modèle utilisé

Afin de simplifier le problème des embouteillages, on détermine certaines conditions initiales :

- Une seule file de voitures
- Les voitures sont de même gabarit
- Deux positions possibles : arrêt ou marche
- Toutes les voitures ont la même vitesse

On modélise donc le problème sous forme de tableau où chaque ligne correspond à un temps T différent et chaque colonne à une position différente. Une case grise représente un véhicule et une case blanche, un espace vide.

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
T=0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1

La règle locale nous donne le fonctionnement suivant :

- Une voiture avance quand l'espace juste devant elle est vide.
- Une voiture reste sur place quand l'espace juste devant elle est occupé.

	N	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7	N+8	N+9	N+10	N+11
T=0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
T=1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0

2. Etude d'un bouchon avec ce modèle

a) Déterminer le « temps » qu'il faut pour dissiper un bouchon de 3 voitures

Temps\Position	1	2	3	4	5	6
0						
1						
2						

Compléter le tableau à la main.

Noms :

Cela prend du temps à faire. On peut utiliser la programmation sur tableur, en utilisant les fonctions SI, ET, OU.

Que doit-on faire si la case devant la voiture est vide ? _____

sinon ? _____

On va programmer le tableur (2a):

- Remplir la ligne 2 du tableur pour modéliser un bouchon de 3 voitures.
- Cliquer sur la cellule C3.
- Entrer la formule : =SI(OU(ET(B2=1;C2=0);ET(C2=1;D2=1));1;0)
- Tirer la formule dans toutes les cellules du tableau.
- Vérifier que le résultat trouvé est identique au tableau précédent, fait manuellement.
- Expliquer la formule :

Combien de temps faut-il pour dissiper un bouchon de 3 voitures ? _____

b) Déterminer le « temps » qu'il faut pour dissiper un bouchon de 4 voitures

Temps\Position	1	2	3	4	5	6	7
0							
1							
2							
3							

Compléter le tableau à la main et sur l'ordinateur (2b).

Combien de temps faut-il pour dissiper un bouchon de 4 voitures ? _____

Noms :

c) Déterminer le « temps » qu'il faut pour dissiper un bouchon de 5 voitures

Compléter le tableau sur l'ordinateur (2c).

Combien de temps faut-il pour dissiper un bouchon de 5 voitures ? _____

d) Conjecturer une formule générale pour déterminer le temps pour dissiper un bouchon de longueur n

3. Etude de deux bouchons avec ce modèle

a) Exemple

T\Position	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	

Compléter les temps 1 et 2 à la main.

La formule des exemples précédents est-elle toujours valable dans ce cas de figure ? _____

b) Conjectures

- Deux bouchons de n_1 et n_2 voitures séparées de p espaces vides avec $p < n_2$, se résorbent à : $T = \dots\dots\dots$
- Deux bouchons de n_1 et n_2 voitures séparées de p espaces vides avec $p > n_2$, se résorbent à : $T = \dots\dots\dots$

Noms :

4. Amélioration du modèle : un péage

On pourrait améliorer ce modèle en y ajoutant plusieurs files de voitures, des vitesses différentes, des véhicules de différents gabarits, etc ...

Essayons de rajouter un péage à la position 8 : une fois au péage, la voiture reste immobilisée pendant un temps, comme on le voit dans le tableau ci-dessous.

T\Position	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	1	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1

a) Sur le tableur (4a) :

- Remplir la première ligne pour simuler un bouchon de 3 voitures.
- Entrer la formule élaborée précédemment dans les cellules B3 à H13, puis dans les cellules K3 à N13.
- Déterminer la formule à inscrire dans la colonne I pour programmer l'immobilisation du véhicule au péage pendant un temps.

- Déterminer la formule à inscrire dans la colonne J pour programmer la sortie du péage.

b) Remplir le tableau avec péage pour un bouchon de 4 voitures sur le tableur (4b)